SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH QUẢNG NINH

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi gồm 01 trang)

ĐỀ THI KHẢO SÁT LỚP 12 NĂM HỌC 2015-2016
Môn: TOÁN
Thời gian làm bài: 180 phút không kể thời gian phát đề

Câu 1 (1,0 *điểm*)

Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$

Câu 2 (1,0 *điểm*)

Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \dfrac{9}{x-1}$ trên đoạn [2;5]

Câu 3 (1,0 *điểm*)

a) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm trên tập số phức của phương trình $x^2 + 2x + 5 = 0$. Tính $|x_1| + |x_2|$.

b) Giải phương trình $\log_2(x^2 - 2x - 8) = 1 - \log_{\frac{1}{2}}(x+2)$.

Câu 4 (1,0 *điểm*) Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x + \sin^2 x)\cos x dx.$

Câu 5 (1,0 *điểm*)

Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho hai điểm A(2; 3; 5), B(−6; 1; −3) và mặt phẳng (P) có phương trình $2x + y - 2z + 13 = 0$. Viết phương trình đường thẳng AB và phương trình mặt cầu có tâm là trung điểm của đoạn thẳng AB đồng thời tiếp xúc với mặt phẳng (P).

Câu 6 (1,0 *điểm*)

Cho hình hộp đứng *ABCD.A’B’C’D’* có đáy là hình thoi cạnh *a*, góc $\widehat{ACB} = 60^0$, mặt phẳng (*A’BD*) tạo với đáy một góc 60^0. Tính theo *a* thể tích khối hộp và khoảng cách giữa hai đường thẳng *CD’*, *BD*.

Câu 7 (1,0 *điểm*)

a) Cho $\sin\alpha = \dfrac{2}{3}$, với $\dfrac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính $A = \cos\left(\alpha + \dfrac{2\pi}{3}\right)$

b) Giải bóng chuyền *VTV* Cup gồm 12 đội bóng tham dự, trong đó có 9 đội nước ngoài và 3 đội của Việt Nam. Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành 3 bảng A, B, C mỗi bảng 4 đội. Tính xác suất để 3 đội bóng của Việt Nam ở ba bảng khác nhau.

Câu 8 (1,0 *điểm*)

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (C): $x^2 + y^2 = 25$, đường thẳng AC đi qua điểm K(2; 1). Gọi M, N lần lượt là chân đường cao kẻ từ đỉnh B và C. Tìm tọa độ các đỉnh của ΔABC biết phương trình đường thẳng MN là $4x - 3y + 10 = 0$ và điểm A có hoành độ âm.

Câu 9 (1,0 *điểm*) Giải phương trình $1 + 2\sqrt{x^2 - 9x + 18} = x + \sqrt{x^2 - 14x + 33}$ trên tập số thực.

Câu 10 (1,0 *điểm*)

Cho *x, y, z* là các số thực thỏa mãn $\sqrt{5x^2 + 2xy + 2y^2} + \sqrt{8x^2 + 4xz + 5z^2} = 4x + y + 2z$ và $x \in [0;5]$

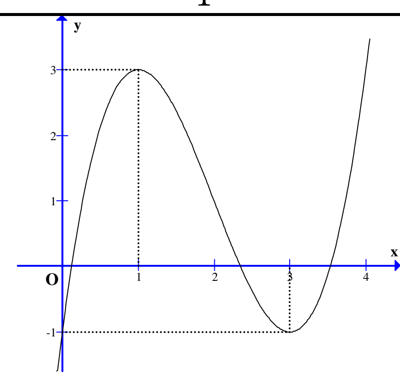
Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{2z + 21 - xy} - \sqrt{x + z + 10 - xy}$.

==============Hết===============

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH QUẢNG NINH

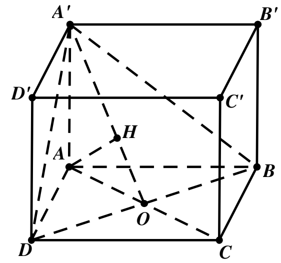
HƯỚNG DẪN CHẤM THI KHẢO SÁT LỚP 12
NĂM HỌC 2015-2016
Môn: TOÁN

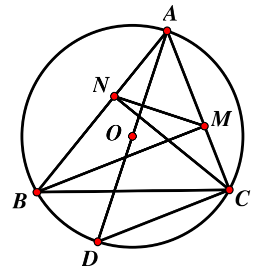
<table>
<tr><th>Câu</th><th>ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM</th><th>Điểm</th></tr>
<tr><td rowspan="5">Câu 1

1,0 đ</td><td colspan="2">Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$</td></tr>
<tr><td>* Tập xác định: D = R
* Sự biến thiên
• Chiều biến thiên: $y' = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x^2 - 4x + 3)$
Ta có $y' > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > 3 \\ x < 1 \end{array}\right.$, $y' < 0 \Leftrightarrow 1 < x < 3$.
Do đó:
+ Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty, 1)$ và $(3, +\infty)$.
+ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1, 3)$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và $y_{CD} = y(1) = 3$; đạt cực tiểu tại $x = 3$ và $y_{CT} = y(3) = -1$.
• Giới hạn: $\lim\limits_{x \to -\infty} y = -\infty$; $\lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Bảng biến thiên
<table>
<tr><td>x</td><td>-∞</td><td>1</td><td>3</td><td>+∞</td></tr>
<tr><td>y'</td><td>+</td><td>0</td><td>-   0</td><td>+</td></tr>
<tr><td>y</td><td>-∞ ↗</td><td>3 ↘</td><td>-1 ↗</td><td>+∞</td></tr>
</table></td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>* Đồ thị:
Đồ thị cắt trục tung tại điểm $(0, -1)$.
y” = 6x -12 =0 suy ra điểm uốn U(2;1)

</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td rowspan="5">Câu 2

1,0 đ</td><td colspan="2">Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \dfrac{9}{x-1}$ trên đoạn [2;5]</td></tr>
<tr><td>Ta có $y' = 1 - \dfrac{9}{(x-1)^2} = \dfrac{x^2 - 2x - 8}{(x-1)^2}$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2\,(L) \\ x = 4 \end{array}\right.$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Ta có y(2) = 11; y(4) = 7; $y(5) = \dfrac{29}{4}$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Vậy $\min\limits_{[2;5]} y = 7$ khi $x = 4$; $\max\limits_{[2;5]} y = 11$ khi $x = 2$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Câu 3
1,0 đ</td><td colspan="2">a) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm trên tập số phức của phương trình $x^2 + 2x + 5 = 0$. Tính $|x_1| + |x_2|$.
b) Giải phương trình: $\log_2(x^2 - 2x - 8) = 1 - \log_{\frac{1}{2}}(x+2)$</td></tr>
</table>

Phần a) ***0,5đ***	Tính được hai nghiệm phức $x_1 = -1-2i$; $x_2 = -1+2i$	0,25
	$\lvert x_1\rvert = \lvert x_2\rvert = \sqrt{5} \Rightarrow \lvert x_1\rvert + \lvert x_2\rvert = 2\sqrt{5}$	0,25
Phần b) ***0,5đ***	b) ĐK: $x > 4$ PT đã cho tương đương với $\log_2(x^2-2x-8) = \log_2 2 + \log_2(x+2)$ $\Leftrightarrow \log_2(x^2-2x-8) = \log_2 2(x+2)$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x+2>0 \\ x^2-2x-8 = 2(x+2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2>0 \\ x^2-4x-12=0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 6$	0,25
Câu 4 ***1,0 đ***	Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x+\sin^2 x)\cos x dx$.	
	$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x+\sin^2 x)\cos x dx = \underbrace{\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos x dx}_{M} + \underbrace{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x\cos x dx}_{N}$.	0,25
	Tính *M* Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = \cos x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \sin x \end{cases}$ $M = x\sin x \Big\vert_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = \frac{\pi}{2} + \cos x \Big\vert_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} - 1.$	0,25
	Tính *N* Đặt $t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx$ Đổi cận $x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 1$ $x = 0 \Rightarrow t = 0$ $N = \int_0^1 t^2 dt = \frac{t^3}{3}\Big\vert_0^1 = \frac{1}{3}.$	0,25
	Vậy $I = M + N = \frac{\pi}{2} - \frac{2}{3}$.	0,25
Câu 5 ***1,0 đ***	Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho hai điểm A(2;3;5), B(−6;1;−3) và mặt phẳng (P) có phương trình $2x + y - 2z + 13 = 0$. Viết phương trình đường thẳng AB và phương trình mặt cầu có tâm là trung điểm của đoạn thẳng AB đồng thời tiếp xúc với mặt phẳng (P).	
	Ta có $\overrightarrow{BA} = (8;2;8) = 2\vec{u}$ với $\vec{u} = (4;1;4)$ Suy ra $\vec{u}$ là VTCP của đường thẳng AB	0,25
	Phương trình đường thẳng AB là: $\begin{cases} x = 2+4t \\ y = 3+t \\ z = 5+4t \end{cases}$	0,25
	Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB. Ta có I(-2;2;1) Vì mặt cầu cần tìm tiếp xúc với (P) nên bán kính R = d(I,(P))= 3	0,25
	Phương trình mặt cầu (S) cần tìm là: $(x+2)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$	0,25
Câu 6	Cho hình hộp đứng ABCD.A'B'C'D' có đáy là hình thoi cạnh *a*, góc $\widehat{ACB} = 60^0$, mặt phẳng (A'BD) tạo với đáy một góc 60^0. Tính theo *a* thể tích khối hộp và khoảng cách giữa hai đường thẳng CD', BD.	

1,0 đ	***Tính thể tích***: Từ $\widehat{ACB}=60^0$ suy ra ΔABC đều suy ra AC = a $\Rightarrow S_{ABCD}=AC.CB.\sin 60^0=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ Gọi O = AC∩BD. Từ giả thiết suy ra góc giữa (A’BD) với mặt đáy là $A'OA=60^0$  	0,25
	$\Rightarrow A'A=OA.\tan 60^0=\frac{a\sqrt{3}}{2}$ Suy ra $V=S_{ABCD}.A'A=\frac{3a^3}{4}$	0,25
	Khoảng cách giữa hai đường thẳng CD’, BD Trong ΔA’AO hạ AH⊥A’O. Do $\begin{cases}BD\perp AC\\ BD\perp A'A\end{cases}\Rightarrow BD\perp(A'AO)\Rightarrow BD\perp AH$ Từ đó suy ra $AH\perp(A'BD)$. Ta có CD’//A’B $\Rightarrow CD'//(A'BD)$ $\Rightarrow d(CD',BD)=d(C,(A'BD))=d(A,(A'BD))=AH$	0,25
	Trong ΔAHO vuông tại H có $AH=OA.\sin 60^0=\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Vậy $d(CD',BD)=\frac{a\sqrt{3}}{4}$	0,25
Câu 7 Phần a) ***0.5đ***	Cho $\sin\alpha=\frac{2}{3}$ với $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$. Tính $A=\cos\left(\alpha+\frac{2\pi}{3}\right)$	
	Ta có $\cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha=\frac{5}{9}\Rightarrow\cos\alpha=-\frac{\sqrt{5}}{3}$ (vì $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$ nên $\cos\alpha<0$)	0,25
	$A=\cos\alpha.\cos\frac{2\pi}{3}-\sin\alpha.\sin\frac{2\pi}{3}=\frac{\sqrt{5}-2\sqrt{3}}{6}$	0,25
Câu 7 Phần b) ***0.5đ***	Giải bóng chuyền *VTV* Cup gồm 12 đội bóng tham dự, trong đó có 9 đội nước ngoài và 3 đội của Việt Nam. Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành 3 bảng A, B, C mỗi bảng 4 đội. Tính xác suất để 3 đội bóng của Việt Nam ở ba bảng khác nhau.	
	Tính số cách chọn 3 bảng, mỗi bảng 4 đội: B1) 12 đội chọn 4: C_{12}^4 B2) 8 đội còn lại chọn 4: C_8^4 B3) 4 đội còn lại chọn 4: 1 Số cách chọn là: $C_{12}^4C_8^4\Rightarrow n(\Omega)=C_{12}^4C_8^4$	0,25
	Gọi A là biến cố “ Chọn 3 bảng, mỗi bảng 4 đội trong đó có đúng 1 đội Việt Nam”. Tính n(A): B1) Chọn 1 trong 3 đội Việt Nam: có 3 cách, rồi chọn 3 trong 9 đội nước ngoài: có $C_9^3\Rightarrow 3.C_9^3$ cách B2) còn lại 8 đội (6 đội nước ngoài và 2 đội VN): Chọn 1 trong 2 đội VN: 2 cách, rồi chọn 3 trong 6 đội nước ngoài: $C_6^3\Rightarrow 2.C_6^3$ cách B3) còn lại 4 đội (3 nước ngoài và 1 VN): có 1 cách Số cách chọn là: $3C_9^3 2C_6^3\Rightarrow n(A)=3C_9^3 2C_6^3$ $\Rightarrow P(A)=\frac{6C_9^3C_6^3}{C_{12}^4C_8^4}=\frac{16}{55}$	0,25
Câu 8 ***1,0 đ***	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (C): $x^2+y^2=25$, đường thẳng AC đi qua điểm K(2;1). Gọi M, N lần lượt là chân đường cao kẻ từ đỉnh B và C. Tìm tọa độ các đỉnh của ΔABC biết phương trình đường thẳng MN là $4x-3y+10=0$ và điểm A có hoành độ âm.	

	Từ giả thiết suy ra tứ giác MNBC nội tiếp đường tròn. Suy ra $\widehat{ABC} = \widehat{AMN}$ (1) (cùng bù với $\widehat{NMC}$). Gọi D là giao điểm thứ hai của AO với đường tròn (C). Khi đó $\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$ (2) Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{ADC} = \widehat{AMN}$. Mặt khác $\widehat{ADC} + \widehat{DAC} = 90^0 \Rightarrow \widehat{DAC} + \widehat{AMN} = 90^0 \Rightarrow OA \perp MN$  	0,25
	Khi đó phương trình OA là $3x+4y=0$ Tọa độ A là nghiệm của hệ PT $\begin{cases} 3x+4y=0 \\ x^2+y^2=25 \end{cases} \Rightarrow$ A(-4;3) hoặc A(4;-3) (loại)	0,25
	Khi đó AC đi qua A(-4;3) và K(2;1) nên có PT: $x+3y-5=0$ Tọa độ C là nghiệm của hệ PT $\begin{cases} x+3y-5=0 \\ x^2+y^2=25 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} C(-4;3) \equiv A \\ C(5;0) \end{array}\right.$ Tọa độ M là nghiệm của hệ PT $\begin{cases} x+3y-5=0 \\ 4x-3y+10=0 \end{cases} \Rightarrow M(-1;2)$	0,25
	Phương trình BM: $3x-y+5=0$ Tọa độ B là nghiệm của hệ PT $\begin{cases} 3x-y+5=0 \\ x^2+y^2=25 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} B(-3;-4) \\ B(0;5) \end{array}\right.$ Thử lại ta thấy A(−4;3), B(0;5), C(5;0) loại vì góc B tù Vậy A(−4;3), B(−3;−4), C(5;0)	0,25
Câu 9	Giải phương trình $1+2\sqrt{x^2-9x+18} = x+\sqrt{x^2-14x+33}$ (1)	
1,0 đ	ĐK: $\left[\begin{array}{l} x \le 3 \\ x \ge 11 \end{array}\right.$ $PT(1) \Leftrightarrow 2\left[\sqrt{x^2-9x+18}-x\right] = \left[\sqrt{x^2-14x+33}-(x+1)\right]$ (2) Để ý rằng hai phương trình $\sqrt{x^2-9x+18}+x=0$ và $\sqrt{x^2-14x+33}+(x+1)=0$ vô nghiệm nên nhân liên hợp hai vế của (2) ta có: $\dfrac{-18(x-2)}{\sqrt{x^2-9x+18}+x} = \dfrac{-16(x-2)}{\sqrt{x^2-14x+33}+(x+1)}$	0,25
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ \dfrac{9}{\sqrt{x^2-9x+18}+x} = \dfrac{8}{\sqrt{x^2-14x+33}+(x+1)} \text{(3)} \end{array}\right.$ Pt (3) $\Leftrightarrow 8\sqrt{x^2-9x+18}-9\sqrt{x^2-14x+33} = x+9$ (4)	0,25
	Kết hợp (1) và (4) ta có hệ $\begin{cases} 8\sqrt{x^2-9x+18}-9\sqrt{x^2-14x+33} = x+9 \\ 2\sqrt{x^2-9x+18}-\sqrt{x^2-14x+33} = x-1 \end{cases} \Rightarrow 5\sqrt{x^2-14x+33} = 3x-13$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x \ge \dfrac{13}{3} \\ x^2-17x+41=0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \dfrac{17+5\sqrt{5}}{2}$ Thử lại thấy thỏa mãn Vậy PT đã cho có 2 nghiệm $x=2$ và $x = \dfrac{17+5\sqrt{5}}{2}$	0,25

<table>
<tr><td rowspan="5">Câu 10

1,0 đ</td><td colspan="2">Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn $\sqrt{5x^2+2xy+2y^2}+\sqrt{8x^2+4xz+5z^2}=4x+y+2z$ (*) và $x\in[0;5]$. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\sqrt{2z+21-xy}-\sqrt{x+z+10-xy}$.</td></tr>
<tr><td>Với mọi x, y, z ta có
$\sqrt{5x^2+2xy+2y^2}=\sqrt{(2x+y)^2+(x-y)^2}\ge\sqrt{(2x+y)^2}=|2x+y|\ge 2x+y$
$\sqrt{8x^2+4xz+5z^2}=\sqrt{4(x+z)^2+(z-2x)^2}\ge\sqrt{4(x+z)^2}=2|x+z|\ge 2(x+z)$
Suy ra $VT\ge 4x+y+2z$
Gt $\Leftrightarrow$ Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow\begin{cases}x=y\\z=2x\\x\ge 0\end{cases}$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Thay vào biểu thức ta có $P=\sqrt{-x^2+4x+21}-\sqrt{-x^2+3x+10}=f(x)$ liên tục trên [0;5]
Có $f'(x)=\dfrac{2-x}{\sqrt{-x^2+4x+21}}-\dfrac{3-2x}{2\sqrt{-x^2+3x+10}}$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>$f'(x)=0\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{3}$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Ta có $f(0)=\sqrt{21}-\sqrt{10}$; $f\left(\dfrac{1}{3}\right)=\sqrt{2}$; $f(5)=4$
Vậy $\max P=4$ khi $x=y=5; z=10$; $\min P=\sqrt{2}$ khi $x=y=\dfrac{1}{3}; z=\dfrac{2}{3}$</td><td>0,25</td></tr>
</table>