| TRƯỜNG THPT CHUYÊN<br>NGUYỄN TẤT THÀNH<br>Tỉnh Yên Bái | ĐỀ THI THỬ KỲ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2016<br>Môn Toán - Lần thứ 1<br>*Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian giao đề.* |
|---|---|

**Câu 1** ***(2,0 điểm).*** Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 + m$ (1)

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = -4$.

2/ Xác định m để đồ thị của hàm số (1) có hai điểm cực trị A, B thỏa mãn tam giác OAB vuông tại O (O là gốc tọa độ).

**Câu 2*(0,5 điểm).*** Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)(z-i)+2z = 2i$.

Tìm mô đun của số phức $w = \dfrac{\overline{z} - 2z + 1}{z^2}$

**Câu 3*(0,5 điểm).*** Giải bất phương trình $1 + \log_{\sqrt{2}}(x-1) \le \log_2(x^2 + x - 4)$.

**Câu 4*(1,0 điểm).*** Tính tích phân $I = \int_0^{\pi} \left(e^{\cos x} + x\right)\sin x dx$.

**Câu 5*(1,0 điểm).*** Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz*, cho điểm $I(-1;2;3)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $4x + y - z - 1 = 0$. Viết phương trình mặt cầu tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P) và tìm tọa độ tiếp điểm M.

**Câu 6** ***(1,0 điểm).***

a/ Cho góc $\alpha$ thỏa mãn $\cot\alpha = 2$. Tính giá trị của biểu thức $P = \dfrac{2\cos\alpha}{2\sin^3\alpha + 3\cos^3\alpha}$.

b/ Xét tập hợp E gồm các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau tạo thành từ các chữ số {0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7}. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của tập hợp E. Tìm xác suất để phần tử chọn được là một số chia hết cho 5.

**Câu 7*(1,0 điểm).*** Cho hình chóp S.ABC có AB = AC = a, $\widehat{ABC} = 30^0$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là $60^0$. Tính thể tích khối chóp S.ABC và khoảng cách từ trọng tâm G của tam giác ABC đến mặt phẳng (SBC) theo a.

**Câu 8 (*1,0 điểm*).**

Giải bất phương trình: $(4x^2 + x - 1)\sqrt{x^2 + x + 2} \le (4x^2 + 3x + 5)\sqrt{x^2 - 1} + 1$

**Câu 9** ***(1,0 điểm).*** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật ABCD có đỉnh B thuộc đường thẳng $(d_1): 2x - y + 2 = 0$, đỉnh C thuộc đường thẳng $(d_2): x - y - 5 = 0$. Gọi H là hình chiếu của B trên AC. Xác định tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật ABCD biết $M\left(\dfrac{9}{5};\dfrac{2}{5}\right)$, $K(9;2)$ lần lượt là trung điểm của AH, CD và điểm C có tung độ dương.

**Câu 10*(1,0 điểm).***

Cho 3 số thực không âm a, b, c thỏa mãn $5(a^2 + b^2 + c^2) = 6(ab + bc + ca)$.

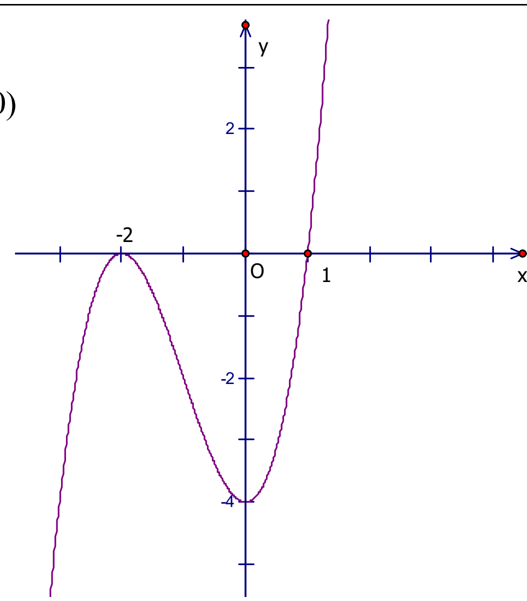
Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \sqrt{2(a+b+c)} - (b^2 + c^2)$.

***------------------------Hết-----------------------***

***Thí sinh không được sử dụng tài liệu, giám thị không giải thích gì thêm***

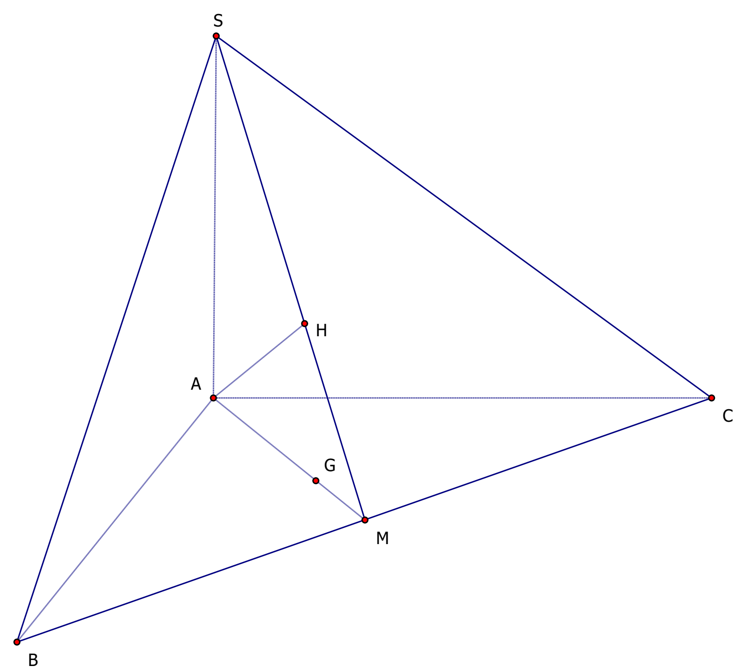
**TRƯỜNG THPT CHUYÊN NGUYỄN TẤT THÀNH**

**HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI THỬ KỲ THI QUỐC GIA 2016 LẦN THỨ 1 MÔN TOÁN**

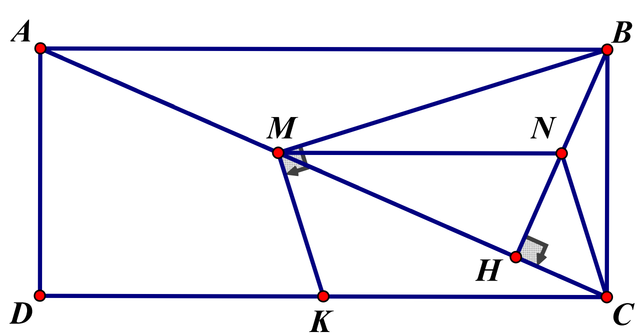
<table>
<tr><th>Câu</th><th>Nội dung</th><th>Điểm</th></tr>
<tr><td>Câu 1 2,0 điểm</td><td>Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 + m$ (1)<br>1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = -4$.</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>Với $m = -4$ ta có hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 4$<br>Tập xác định : $\mathbb{R}$<br>Sự biến thiên<br>• Giới hạn: $\lim\limits_{x\to-\infty} y = -\infty$ $\lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$<br>• Chiều biến thiên<br>$y' = 3x^2 + 6x$<br>$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -2 \end{array}\right.$</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td></td><td>Bảng biến thiên
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>-2</td><td></td><td>0</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>y’</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td></td></tr>
<tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td>↗</td><td>0</td><td>↘</td><td>- 4</td><td>↗</td><td>$+\infty$</td></tr>
</table></td><td>0.25</td></tr>
<tr><td></td><td>Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-2)$ và $(0;+\infty)$<br>Hàm số nghịch biến trên khoảng (-2; 0)<br>• Cực trị :<br>Hàm số đạt cực đại tại x = -2, $y_{CĐ} = 0$<br>Hàm số đạt cực tiểu tại x = 0, $y_{CT} = -4$</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td></td><td>• Đồ thị :<br>Đồ thị cắt trục Ox tại điểm (-2; 0) và (1; 0)<br>Đồ thị cắt trục Oy tại điểm (0; -4)<br><br></td><td>0.25</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td>2/ Xác định m để đồ thị của hàm số (1) có hai điểm cực trị A, B thỏa mãn tam giác OAB vuông tại O (O là gốc tọa độ).</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>Ta có $y' = 3x^2 + 6x$<br>$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -2 \end{array}\right.$<br>Do $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt và y’ đổi dấu qua 2 nghiệm đó nên đths có 2 điểm cực trị là $A(0;\ m), B(-2;\ m+4)$<br>$\overrightarrow{OA}(0;\ m), \overrightarrow{OB}(-2;\ m+4)$</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td></td><td>$\Delta OAB$ vuông tại O khi $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB} = 0 \Leftrightarrow m(m+4) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = -4 \end{array}\right.$<br>Do O, A, B tạo thành tam giác nên $m = -4$</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>Câu 2 (0,5 điểm)</td><td>Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)(z-i) + 2z = 2i$.<br>Tìm mô đun của số phức $w = \dfrac{\overline{z} - 2z + 1}{z^2}$</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>Ta có $(1+i)(z-i) + 2z = 2i \Leftrightarrow (3+i)z = -1 + 3i$<br>Suy ra $z = \dfrac{-1+3i}{3+i} = \dfrac{(-1+3i)(3-i)}{(3+i)(3-i)} = i$</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td></td><td>$w = \dfrac{\overline{z} - 2z + 1}{z^2} = \dfrac{-i - 2i + 1}{i^2} = -1 + 3i$<br>Do đó $|w| = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td>Câu 3 (0,5 điểm)</td><td>Giải bất phương trình Giải bất phương trình $1 + \log_{\sqrt{2}}(x-1) \le \log_2(x^2 + x - 4)$</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>Đk: ..<br>BPT đã cho tương đương với<br>$\log_2 2 + \log_2 (x-1)^2 \le \log_2(x^2 + x - 4)$<br>$\Leftrightarrow \log_2(2x^2 - 4x + 2) \le \log_2(x^2 + x - 4)$</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td></td><td>$\Leftrightarrow 2x^2 - 4x + 2 \le x^2 + x - 4$<br>$\Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 \le 0$<br>$\Leftrightarrow 2 \le x \le 3$<br>Kết hợp đk ta được nghiệm của BPT là $2 \le x \le 3$</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td>Câu 4 (1,0 điểm)</td><td>Tính tích phân $I = \int_0^{\pi} \left(e^{\cos x} + x\right)\sin x dx$.</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>$I = \int_0^{\pi} \left(e^{\cos x} + x\right)\sin x dx = \int_0^{\pi} e^{\cos x} \sin x dx + \int_0^{\pi} x \sin x dx = I_1 + I_2$</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td></td><td>Tính $I_1 = \int_0^{\pi} e^{\cos x} \sin x dx$<br>Đặt $t = \cos x \Rightarrow dt = -\sin x dx$ ;</td><td>0.25</td></tr>
</table>

| | | |
|---|---|---|
| | đổi cận: với $x=0 \Rightarrow t=1$<br>với $x=\pi \Rightarrow t=-1$<br>Ta có $I_1=\int_{-1}^{1} e^t dt = e^t\Big\|_{-1}^{1} = e-\frac{1}{e}$ | |
| | Tính $I_2=\int_0^{\pi} x\sin x dx$<br>Đặt $\begin{cases} u=x \\ \text{dv}=\sin x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=dx \\ \text{v}=-\cos x \end{cases}$<br>$I_2=-x\cos x\Big\|_0^{\pi}+\int_0^{\pi}\cos x dx=\pi+\sin x\Big\|_0^{\pi}=\pi$ | **0.25** |
| | Vậy $I=e+\frac{1}{e}+\pi$ | **0.25** |
| **Câu 5 (1,0 điểm)** | Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz*, cho điểm $\text{I}(-1;2;3)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $4x+y-z-1=0$. Viết phương trình mặt cầu (S) tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P) và tìm tọa độ tiếp điểm M. | |
| | Do (S) tiếp xúc với mặt phẳng (P) nên<br>R= $\text{d}(I;(P))=\frac{\|-4+2-3-1\|}{\sqrt{16+1+1}}=\sqrt{2}$ | **0.25** |
| | Mặt cầu (S) có phương trình $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=2$ | **0.25** |
| | Đường thẳng IM đi qua I, vuông góc với (P) nên có phương trình:<br>$\begin{cases} x=-1+4t \\ y=2+t \quad (t\in\mathbb{R}) \\ z=3-t \end{cases}$ | **0.25** |
| | Gọi $M(-1+4t;\ 2+t;\ 3-t)$<br>Do M thuộc (P) nên $4(-1+4t)+2+t-(3-t)-1=0 \Leftrightarrow 18t-6=0 \Leftrightarrow t=\frac{1}{3}$<br>Vậy $M\left(\frac{1}{3};\frac{7}{3};\frac{8}{3}\right)$ | **0.25** |
| **Câu 6 (1,0 điểm)** | a/ Cho góc $\alpha$ thỏa mãn $\cot\alpha=2$. Tính giá trị của biểu thức $P=\frac{2\cos\alpha}{2\sin^3\alpha+3\cos^3\alpha}$ | |
| | $\cot\alpha=2 \Rightarrow \sin\alpha\neq 0$, ta có: | **0.25** |

| | | |
|---|---|---|
| | $P=\dfrac{2\cos\alpha}{2\sin^3\alpha+3\cos^3\alpha}=\dfrac{\dfrac{2\cos\alpha}{\sin^3\alpha}}{2\dfrac{\sin^3\alpha}{\sin^3\alpha}+3\dfrac{\cos^3\alpha}{\sin^3\alpha}}=\dfrac{2\cot\alpha\dfrac{1}{\sin^2\alpha}}{2+3\cot^3\alpha}=\dfrac{2\cot\alpha\left(1+\cot^2\right.}{2+3\cot^3\alpha}$ | |
| | $=\dfrac{2.2.(1+4)}{2+3.2^3}=\dfrac{10}{13}$ | **0.25** |
| | b/ Xét tập hợp E gồm các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau tạo thành từ các chữ số {0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7}. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của tập hợp E. Tìm xác suất để phần tử chọn được là một số chia hết cho 5. | |
| | Số các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau tạo thành từ các chữ số {0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7} kể cả số 0 đứng đầu là $A_8^5$<br>Số các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau tạo thành từ các chữ số {0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7} và có số 0 đứng đầu là $A_7^4$<br>Số phần tử của tập E là $A_8^5-A_7^4=5880$ | **0.25** |
| | Gọi A là biến cố chọn được một số có 5 chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 5<br>Số kết quả thuận lợi A là $A_7^4+6A_6^3=1560$<br>Xác suất của biến cố A là $P(A)=\dfrac{1560}{5880}=\dfrac{13}{49}$ | **0.25** |
| **Câu 7 (1,0 điểm)** | Cho hình chóp S.ABC có AB = AC = a, $\widehat{ABC}=30^0$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là $60^0$. Tính thể tích khối chóp S.ABC và khoảng cách từ trọng tâm G của tam giác ABC đến mặt phẳng (SBC) theo a. | |
| |  | |

| | | |
|---|---|---|
| | Trong mặt phẳng (ABC), kẻ $AM \perp BC$ $(\mathrm{M} \in \mathrm{BC})$ thì $SM \perp BC$ nên<br>$\widehat{SMA} = 60^0$ là góc giữa 2 mặt phẳng (SBC) và (ABC).<br>Ta có $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB.AC.\sin 120^0 = \frac{1}{2}a.a.\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$<br>$SA = AM.\tan 60^0 = \frac{a\sqrt{3}}{2}$<br>Thể tích khối chóp S.ABC là $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA.S_{ABC} = \frac{1}{3}\frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{8}$ | **0.5** |
| | Vì $AM = 3GM$, $\mathrm{AM} \cap (\mathrm{SBC}) = \mathrm{M}$ nên $d\left(G,(SBC)\right) = \frac{1}{3}d\left(A,(SBC)\right)$<br>Trong mặt phẳng (SAM), kẻ $AH \perp SM$ $(\mathrm{H} \in \mathrm{SM})$ thì $AH \perp \left(SBC\right)$ nên $AH = d\left(A,(SBC)\right)$<br>Trong tam giác vuông SAM có<br>$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AM^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{4}{a^2} = \frac{16}{3a^2} \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{3}a}{4}$<br>Vậy $d\left(G,(SBC)\right) = \frac{a\sqrt{3}}{12}$ | **0.5** |
| ***Câu 8 (1,0 điểm).*** | Giải bất phương trình: $\left(4x^2 + x - 1\right)\sqrt{x^2 + x + 2} \le \left(4x^2 + 3x + 5\right)\sqrt{x^2 - 1} + 1$ | |
| | Đk: $\left[\begin{array}{l} x \le -1 \\ x \ge 1 \end{array}\right.$<br>Đặt $u = \sqrt{x^2 + x + 2},\ v = \sqrt{x^2 - 1}$ $\left(u, v \ge 0\right)$ ta có<br>$4x^2 + x - 1 = u^2 + 3v^2, 4x^2 + 3x + 5 = 3u^2 + v^2$ | **0.25** |
| | Bất phương trình đã cho có dạng<br>$\left(u^2 + 3v^2\right)u \le \left(3u^2 + v^2\right)v + 1 \Leftrightarrow \left(u - v\right)^3 \le 1 \Leftrightarrow u - v \le 1 \Leftrightarrow u \le v + 1$ | **0.25** |

<table>
<tr><td></td><td>Xét $\sqrt{x^2+x+2} \le \sqrt{x^2-1}+1$<br>$\Leftrightarrow x^2+x+2 \le x^2-1+2\sqrt{x^2-1}+1$<br>$\Leftrightarrow 2\sqrt{x^2-1} \ge x+2$<br>$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x+2<0\\ x^2-1\ge 0\end{cases}\\ \begin{cases}x+2\ge 0\\ 4\left(x^2-1\right)\ge x^2+4x+4\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x<-2\\ \begin{cases}x\ge -2\\ 3x^2-4x-8\ge 0\end{cases}\end{array}\right.$<br>$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x<-2\\ \begin{cases}x\ge -2\\ \left[\begin{array}{l}x\le \dfrac{2-2\sqrt{7}}{3}\\ x\ge \dfrac{2+2\sqrt{7}}{3}\end{array}\right.\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x\le \dfrac{2-2\sqrt{7}}{3}\\ x\ge \dfrac{2+2\sqrt{7}}{3}\end{array}\right.$<br>Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\left(-\infty;\dfrac{2-2\sqrt{7}}{3}\right]\cup\left[\dfrac{2+2\sqrt{7}}{3};+\infty\right)$</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>Câu 9 (1,0 điểm)</td><td>Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật ABCD có đỉnh B thuộc đường thẳng $(d_1): 2x-y+2=0$, đỉnh C thuộc đường thẳng $(d_2): x-y-5=0$ . Gọi H là hình chiếu của B trên AC. Xác định tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật ABCD biết $M\left(\frac{9}{5};\frac{2}{5}\right)$, $K(9;2)$ lần lượt là trung điểm của AH, CD và điểm C có tung độ dương.</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>Gọi N là trung điểm BH<br>Ta có MN là đường trung bình của $\Delta ABH$ suy ra $MN \parallel KC, MN=\frac{1}{2}AB=KC$<br>$\Rightarrow$ MNCK là hình bình hành $\Rightarrow$ MK // CN (1)<br>Do $MN \perp BC, BN \perp MC$ nên N là trực tâm $\Delta BMC \Rightarrow CN \perp BM$ (2)<br>Từ (1) và (2) suy ra $MK \perp BM$<br><br></td><td>0.25</td></tr>
</table>

| | | |
|---|---|---|
| | Đường thẳng BM đi qua M, vuông góc với MK nên có phương trình $9x+2y-17=0$<br>Do $B=BM\cap d_1$ nên tọa độ B thỏa mãn $\begin{cases}9x+2y-17=0\\2x-y+2=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=1\\y=4\end{cases}\Rightarrow B(1;4)$ | **0.25** |
| | Gọi $C(c;c-5)$ với c > 5.<br>Do $BC\perp KC\Rightarrow\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{KC}=0$<br>$\overrightarrow{BC}=(c-1;c-9)$<br>$\overrightarrow{KC}=(c-9;c-7)$<br>Do đó $(c-1)(c-9)+(c-9)(c-7)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}c=9\\c=4\end{array}\right.$<br>Suy ra $C(9;4)$ vì c > 5. | **0.25** |
| | Đường thẳng CM đi qua M và C nên có phương trình $x-2y-1=0$<br>Đường thẳng BH đi qua B, vuông góc với MC nên có phương trình $2x+y-6=0$<br>Tọa độ H thỏa mãn $\begin{cases}2x+y-6=0\\x-2y-1=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=\dfrac{13}{5}\\y=\dfrac{4}{5}\end{cases}\Rightarrow H\left(\dfrac{13}{5};\dfrac{4}{5}\right)$<br>M là trung điểm AH nên $A(1;0)$<br>Khi đó $D(9;0)$<br>Vậy các đỉnh hình chữ nhật là $A(1;0),B(1;4),C(9;4),D(9;0)$ | **0.25** |
| **Câu 10 (1,0 điểm)** | Cho 3 số thực không âm a, b, c thỏa mãn $5(a^2+b^2+c^2)=6(ab+bc+ca)$.<br>Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\sqrt{2(a+b+c)}-(b^2+c^2)$. | |
| | Ta có<br>$5a^2+\frac{5}{2}(b+c)^2\le 5a^2+5(b^2+c^2)=6(ab+bc+ca)\le 6a(b+c)+6\frac{(b+c)^2}{4}$<br>$\Rightarrow 5a^2-6a(b+c)+(b+c)^2\le 0$<br>$\Rightarrow \frac{b+c}{5}\le a\le b+c$<br>$\Rightarrow a+b+c\le 2(b+c)$<br>Đẳng thức xảy ra khi $a=b+c,b=c$ | **0.25** |

<table>
<tr>
<td></td>
<td>Khi đó<br>$$P=\sqrt{2(a+b+c)}-(b^2+c^2)\le\sqrt{4(b+c)}-\frac{1}{2}(b+c)^2=2\sqrt{b+c}-\frac{1}{2}(b+c)^2$$<br>Đặt $t=\sqrt{b+c}\ \ (t\ge 0)$<br>Ta có $P\le 2t-\frac{1}{2}t^4$</td>
<td>0.25</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>Xét hàm số $f(t)=2t-\frac{1}{2}t^4$ trên $[0;+\infty)$<br>$f'(t)=2-2t^3$<br>$f'(t)=0\Leftrightarrow t=1$<br>Bảng biến thiên<br>
<table>
<tr><td>t</td><td>0</td><td></td><td>1</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$f'(t)$</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td></td></tr>
<tr><td>$f(t)$</td><td>0</td><td>$\nearrow$</td><td>$\frac{3}{2}$</td><td>$\searrow$</td><td>$-\infty$</td></tr>
</table>
Từ BBT suy ra $\max f(t)=\frac{3}{2}$ khi t =1, do đó<br>$\max P=\frac{3}{2}$ khi a = 1, b = c = $\frac{1}{2}$</td>
<td>0.5</td>
</tr>
</table>

***Chú ý: Nếu thí sinh giải theo cách khác mà vẫn đúng thì cho điểm tối đa theo phần tương ứng*** x