

Câu 1 (1,0 điểm). Cho hàm số $y = \frac{-2x+3}{x+2}$. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số.

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ trên đoạn $[-2;1]$.

Câu 3 (1,0 điểm). Giải phương trình $(2 \sin x + 1)(\sqrt{3} \sin x + 2 \cos x - 1) = \sin 2x + \cos x$

Câu 4 (1,0 điểm).

a) Tìm số nguyên dương n thỏa mãn $A_n^2 - 3C_n^2 = 15 - 5n$.

b) Tìm số hạng chứa x^5 trong khai triển $P(x) = \left(2x - \frac{1}{x^2}\right)^{20}$, $x \neq 0$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC , với $A(-2;5)$, trọng tâm $G\left(\frac{4}{3}; \frac{5}{3}\right)$, tâm đường tròn ngoại tiếp $I(2;2)$. Viết phương trình đường thẳng chứa cạnh BC .

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Cho $\tan \alpha = -2$. Tính giá trị của biểu thức: $P = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} - 4 \cot^2 \alpha$.

b) Nhà trường tổ chức tham quan dã ngoại cho 10 thành viên tiêu biểu của Câu lạc bộ Toán học và 10 thành viên tiêu biểu của Câu lạc bộ Tiếng Anh. Trong một trò chơi, ban tổ chức chọn ngẫu nhiên 5 thành viên tham gia trò chơi. Tính xác suất sao cho trong 5 thành viên được chọn, mỗi Câu lạc bộ có ít nhất 1 thành viên.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AD = 2AB = 2a$. Tam giác SAD là tam giác vuông cân tại đỉnh S và nằm trên mặt phẳng vuông góc với mặt đáy ($ABCD$). Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BD ,

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$, có $AD = 2AB$. Điểm $H\left(\frac{31}{5}; \frac{17}{5}\right)$ là điểm đối xứng của điểm B qua đường chéo AC . Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật $ABCD$, biết phương trình $CD: x - y - 10 = 0$ và C có tung độ âm.

Câu 9 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 8x^3 + \sqrt{y-2} = y\sqrt{y-2} - 2x \\ (\sqrt{y-2} - 1)\sqrt{2x+1} = 8x^3 - 13(y-2) + 82x - 29 \end{cases}$$

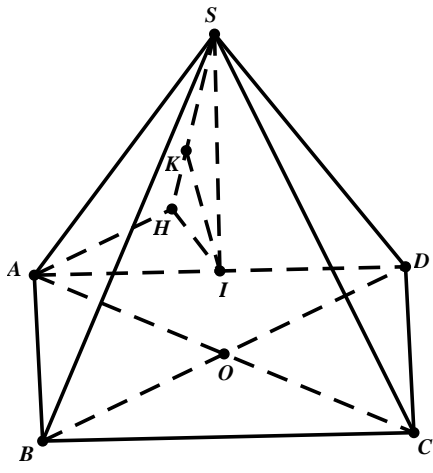
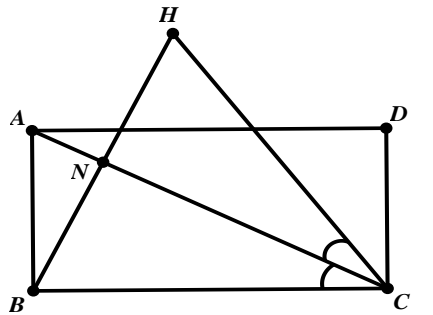
Câu 10 (1,0 điểm). Cho các số thực x, y, z thỏa mãn $x > 2, y > 1, z > 0$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu

thức: $P = \frac{1}{2\sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - 2(2x + y - 3)}} - \frac{1}{y(x-1)(z+1)}$.

----- Hết -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Câu	Nội dung – đáp án	Điểm												
1	Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -2$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -2$ $\lim_{x \rightarrow -2^-} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -2^+} y = +\infty$ Đồ thị có tiệm cận đứng $x = -2$; tiệm cận ngang $y = -2$.	0,25												
	$y' = -\frac{7}{(x+2)^2} < 0 \forall x \neq -2 \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$, $(-2; +\infty)$ và không có cực trị.	0,25												
	Bảng biến thiên <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td colspan="2">-</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>-2</td> <td>$-\infty$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-2	$+\infty$	y'	-		-	y	-2	$-\infty$	$+\infty$	0,25
	x	$-\infty$	-2	$+\infty$										
y'	-		-											
y	-2	$-\infty$	$+\infty$											
Đồ thị	0,25													
2	Hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ xác định và liên tục trên đoạn $[-2; 1]$ và $y' = 3x^2 - 6x$	0,25												
	$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-2; 1] \\ x = 2 \notin [-2; 1] \end{cases}$	0,25												
	$f(-2) = -16$; $f(0) = 4$; $f(1) = 2$	0,25												
	Vậy Giá trị lớn nhất 4 là khi $x = 0$, giá trị nhỏ nhất là -16 khi $x = -2$.	0,25												
3	PT $\Leftrightarrow (2 \sin x + 1)(\sqrt{3} \sin x + 2 \cos x - 1) = \cos x(2 \sin x + 1)$ $\Leftrightarrow (2 \sin x + 1)(\sqrt{3} \sin x + \cos x - 1) = 0$	0,25												
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 \sin x + 1 = 0 \\ \sqrt{3} \sin x + \cos x - 1 = 0 \end{cases}$	0,25												
	+) $2 \sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7}{6}\pi + k2\pi \end{cases}$	0,25												
	+) $\sqrt{3} \sin x + \cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$	0,25												
4	Điều kiện: $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ $A_n^2 - 3C_n^2 = 15 - 5n \Leftrightarrow n(n-1) - 3 \frac{n!}{2!(n-2)!} = 15 - 5n$	0,25												
	$\Leftrightarrow n^2 - 11n + 30 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 5 \\ n = 6 \end{cases}$	0,25												
	b) Khai triển $P(x)$ có số hạng tổng quát $C_{20}^k (2x)^{20-k} \left(-\frac{1}{x^2}\right)^k = C_{20}^k (-1)^k 2^{20-k} x^{20-3k}$ Ta phải có $20 - 3k = 5 \Leftrightarrow k = 5 \Rightarrow$ Số hạng chứa x^5 là $-C_{20}^5 2^{15} x^5$	0,25												

	Gọi M là trung điểm của BC . Ta có $\overline{AG} = \left(\frac{10}{3}; -\frac{10}{3}\right)$.	0,25	
5	$\overline{AG} = 2\overline{GM} \Rightarrow \begin{cases} \frac{10}{3} = 2\left(x_M - \frac{4}{3}\right) \\ -\frac{10}{3} = 2\left(y_M - \frac{5}{3}\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_M = 3 \\ y_M = 0 \end{cases} \Rightarrow M(3;0)$	0,25	
	$\overline{IM} = (1; -2)$ là véc tơ pháp tuyến của BC	0,25	
	Phương trình $BC: (x-3) - 2y = 0 \Leftrightarrow x - 2y - 3 = 0$.	0,25	
	a) $P = \frac{\tan \alpha - 1}{\tan \alpha + 1} - \frac{4}{\tan^2 \alpha}$	0,25	
	$P = \frac{-2-1}{-2+1} - \frac{4}{4} = 2$.	0,25	
6	Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{20}^5$ Gọi A là biến cố “Chọn được 5 thành viên, sao cho mỗi câu lạc bộ có ít nhất 1 thành viên”	0,25	
	b) Số kết quả thuận lợi cho \bar{A} là $C_{10}^5 + C_{10}^5 = 504$. Xác suất của biến cố A là $P(A) = 1 - \frac{504}{C_{20}^5} = \frac{625}{646}$.	0,25	
7		Gọi I là trung điểm của AD . Tam giác SAD là tam giác vuông cân tại đỉnh $S \Rightarrow SI \perp AD$. Mà $(SAD) \perp (ABCD) \Rightarrow SI \perp (ABCD)$. $S_{ABCD} = AB \cdot BC = a \cdot 2a = 2a^2$	0,25
		$SI = \frac{AD}{2} = a$ $\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SI \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} a \cdot 2a^2 = \frac{2a^3}{3}$.	0,25
		Dựng đường thẳng (d) đi qua A và song song với BD . Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên (d) . $BD \parallel (SAH) \Rightarrow d(BD, SA) = d(BD, (SAH))$ $= d(D, (SAH)) = 2d(I, (SAH))$	0,25
	Gọi K là hình chiếu vuông góc của I trên $SH \Rightarrow IK \perp (SAH) \Rightarrow d(I, (SAH)) = IH$ Ta có $IH = \frac{\sqrt{5}}{5} a \Rightarrow IK = \frac{a\sqrt{6}}{6} \Rightarrow d(SA, BD) = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.	0,25	
8		$\tan ACB = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos ACD = \frac{2\sqrt{5}}{5} = \cos ACH$	0,25
		và $\sin ACH = \frac{\sqrt{5}}{5} \Rightarrow \cos ACD = \frac{\sqrt{5}}{5}$ $\sin ACD = \frac{2\sqrt{5}}{5}$	

	$\Rightarrow \sin HCD = \sin(ACD - ACH) = \frac{3}{5}$	
	<p>Ta có $d(H, CD) = \frac{18\sqrt{2}}{5} \Rightarrow HC = \frac{18\sqrt{2}}{5} \cdot \frac{5}{3} = 6\sqrt{2}$.</p> <p>Gọi $C(c; c-10) \Rightarrow \overline{CH} = \left(\frac{31}{5} - c; \frac{65}{5} - c\right)$.</p> <p>Ta có: $\left(\frac{31}{5} - c\right)^2 + \left(\frac{67}{5} - c\right)^2 = 72 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 5 \\ c = \frac{73}{5} \end{cases} \Rightarrow C(5; -5)$.</p>	0,25
	<p>Phương trình $BC: (x-5) + (y+5) = 0 \Leftrightarrow x + y = 0$.</p> <p>Gọi $B(b; -b)$, ta có $BC = CH = 6\sqrt{2} \Leftrightarrow BC^2 = 72 \Leftrightarrow (b-5)^2 + (-b+5)^2 = 72$</p> <p>$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 11(\text{loại}) \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow B(-1; 1)$.</p>	0,25
	Tìm được $A(2; 4), D(8; -2)$.	0,25
	<p>Điều kiện: $\begin{cases} 2x+1 \geq 0 \\ y-2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ y \geq 2 \end{cases}$</p> <p>Phương trình $8x^3 + \sqrt{y-2} = y\sqrt{y-2} - 2x \Leftrightarrow (2x)^3 + (2x) = (\sqrt{y-2})^3 + \sqrt{y-2}$</p> <p>Xét hàm đặc trưng: $f(t) = t^3 + t, f'(t) = 3t^2 + 1 > 0 \forall t$</p> <p>Hàm số $f(t)$ liên tục và đồng biến trên \mathbb{R}. Suy ra: $2x = \sqrt{y-2}$</p>	0,25
9	<p>Thế $2x = \sqrt{y-2}$ vào phương trình thứ hai ta được:</p> $(2x-1)\sqrt{2x+1} = 8x^3 - 52x^2 + 82x - 29$ $\Leftrightarrow (2x-1)\sqrt{2x+1} = (2x-1)(4x^2 - 24x + 29)$ $\Leftrightarrow (2x-1)(\sqrt{2x+1} - 4x^2 + 24x - 29) = 0 \Leftrightarrow (2x-1)(\sqrt{2x+1} - 4x^2 + 24x - 29) = 0$ <p>$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1=0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow y = 3 \\ \sqrt{2x+1} - 4x^2 + 24x - 29 = 0 \end{cases}$</p>	0,25
	<p>Giải phương trình: $\sqrt{2x+1} - 4x^2 + 24x - 29 = 0$</p> <p>Đặt $t = \sqrt{2x+1}, t \geq 0 \Rightarrow 2x = t^2 - 1$.</p> <p>Ta được phương trình: $t - (t^2 - 1)^2 + 12(t^2 - 1) - 29 = 0 \Leftrightarrow t^4 - 14t^2 - t + 42 = 0$</p> $\Leftrightarrow (t-2)(t+3)(t^2 - t - 7) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = -3(\text{loại}) \\ t = \frac{1-\sqrt{29}}{2}(\text{loại}) \\ t = \frac{1+\sqrt{29}}{2} \end{cases}$	0,25

	<p>Với $t = 2 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \Rightarrow y = 11$</p> <p>Với $t = \frac{1 + \sqrt{29}}{2} \Rightarrow x = \frac{13 + \sqrt{29}}{4} \Rightarrow y = \frac{103 + 13\sqrt{29}}{2}$</p> <p>Vậy hệ phương trình đã cho có 3 cặp nghiệm: $\left(\frac{1}{2}; 3\right); \left(\frac{3}{2}; 11\right); \left(\frac{13 + \sqrt{29}}{4}; \frac{103 + 13\sqrt{29}}{2}\right)$.</p>	0,25												
10	<p>Đặt $a = x - 2, b = y - 1, c = z$.</p> <p>Ta có $a, b, c > 0$ và $P = \frac{1}{2\sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + 1}} - \frac{1}{(a+1)(b+1)(c+1)}$</p> <p>Ta có $a^2 + b^2 + c^2 + 1 \geq \frac{(a+b)^2}{2} + \frac{(c+1)^2}{2} \geq \frac{1}{4}(a+b+c+1)^2$</p> <p>Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c = 1$.</p>	0,25												
	<p>Mặt khác $(a+1)(b+1)(c+1) \leq \frac{(a+b+c+3)^3}{27}$</p> <p>Khi đó: $P \leq \frac{1}{a+b+c+1} - \frac{27}{(a+b+c+1)^3}$. Dấu "=" $\Leftrightarrow a = b = c = 1$</p>	0,25												
	<p>Đặt $t = a + b + c + 1 \Rightarrow t > 1$. Khi đó $P \leq \frac{1}{t} - \frac{27}{(t+2)^3}, t > 1$.</p> <p>Xét hàm $f(t) = \frac{1}{t} - \frac{27}{(t+2)^3}, t > 1; f'(t) = -\frac{1}{t^2} + \frac{81}{(t+2)^4}$;</p> <p>$f'(t) = 0 \Leftrightarrow (t+2)^4 = 81.t^2 \Leftrightarrow t^2 - 5t + 4 = 0 \Leftrightarrow t = 4$ (Do $t > 1$).</p> <p>$\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = 0$</p>	0,25												
	<p>Ta có BBT.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">t</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">4</td> <td style="text-align: center;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$f'(t)$</td> <td style="text-align: center;">+</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">-</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$f(t)$</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">$\frac{1}{8}$</td> <td style="text-align: center;">0</td> </tr> </tbody> </table> <p>Từ bảng biến thiên ta có</p> <p>$\max f(t) = f(4) = \frac{1}{8} \Leftrightarrow t = 4$</p> <p>$\max P = f(4) = \frac{1}{8} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b = c = 1 \\ a + b + c = 4 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = c = 1 \Leftrightarrow x = 3; y = 2; z = 1$</p> <p>Vậy giá trị lớn nhất của P là $\frac{1}{8}$, đạt được khi $(x; y; z) = (3; 2; 1)$.</p>	t	1	4	$+\infty$	$f'(t)$	+	0	-	$f(t)$	0	$\frac{1}{8}$	0	0,25
t	1	4	$+\infty$											
$f'(t)$	+	0	-											
$f(t)$	0	$\frac{1}{8}$	0											

Chú ý:

- Các cách giải khác đúng, cho điểm tương ứng như đáp án.
- Câu 7. Không vẽ hình không cho điểm.