SỞ GD VÀ ĐT HÀ TĨNH
TRƯỜNG THPT CAN LỘC

http://hoctap24h.vn

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC LẦN II NĂM HỌC 2013 – 2014
Môn: TOÁN – Khối A, A_1, B
(Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề)

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH *(7,0 điểm)*

Câu 1 ***(2,0 điểm).*** Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị là (C)

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số

b) Tìm điểm M thuộc đồ thị hàm số sao cho tiếp tuyến của đồ thị (C) tại M cắt đồ thị (C) tại điểm thứ hai là N (khác M) thỏa mãn: $P = 5x_M^2 + x_N^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 2 ***(1,0 điểm).*** Giải phương trình: $\dfrac{\sin x + \tan x}{\tan x - \sin x} = \dfrac{2}{3}(1 + \cos x)$

Câu 3 ***(1,0 điểm).*** Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x(x^2+3) - y(y^2+3) = 3xy(x-y) \\ (x^2-2)^2 = 4(2-y) \end{cases}$ $(x, y \in \mathbb{R})$

Câu 4 ***(1,0 điểm).*** Tính tích phân: $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\tan^3 x}{1+\cos^2 x}dx$

Câu 5 ***(1,0 điểm).*** Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a, SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M là điểm thuộc cạnh AD sao cho MD = 2MA . Tính theo a thể tích khối chóp S.BCDM và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CM biết mặt phẳng (SBD) tạo với mặt phẳng đáy một góc 60^0.

Câu 6 ***(1,0 điểm).*** Cho x, y, z là các số dương thỏa mãn: $x + y \le z$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = (x^4 + y^4 + z^4)\left(\frac{1}{x^4} + \frac{1}{y^4} + \frac{1}{z^4}\right)$$

II. PHẦN RIÊNG *(3,0 điểm). Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc phần B)*

A. Theo chương trình Chuẩn

Câu 7a ***(1,0 điểm).*** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình vuông ABCD. Trên các cạnh AD, AB lấy hai điểm E và F sao cho AE = AF. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên BE. Tìm tọa độ của C biết C thuộc đường thẳng d: x – 2y + 1 = 0 và tọa độ F(2; 0), H(1; -1)

Câu 8a ***(1,0 điểm).*** Trong không gian với hệ trục Oxyz, cho điểm A(1; -1; 2) hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-1}{1}$, $d_2: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-2}{1}$. Tìm tọa độ điểm B thuộc d_1, C thuộc d_2 sao cho BC nằm trong mặt phẳng chứa A và d_1, đồng thời AC = 2AB và B có hoành độ dương.

Câu 9a ***(1,0 điểm).***Tìm số phức z biết $u = \dfrac{z+2+3i}{z-i}$ là một số thuần ảo và $|z+1-3i| = |z-1+i|$

B. Theo chương trình nâng cao

Câu 7b ***(1,0 điểm).*** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho elip có phương trình: $\dfrac{x^2}{25} + \dfrac{y^2}{9} = 1$. Tìm điểm M thuộc elip sao cho góc $\widehat{F_1MF_2} = 90^0$ với F_1, F_2 là hai tiêu điểm của elip.

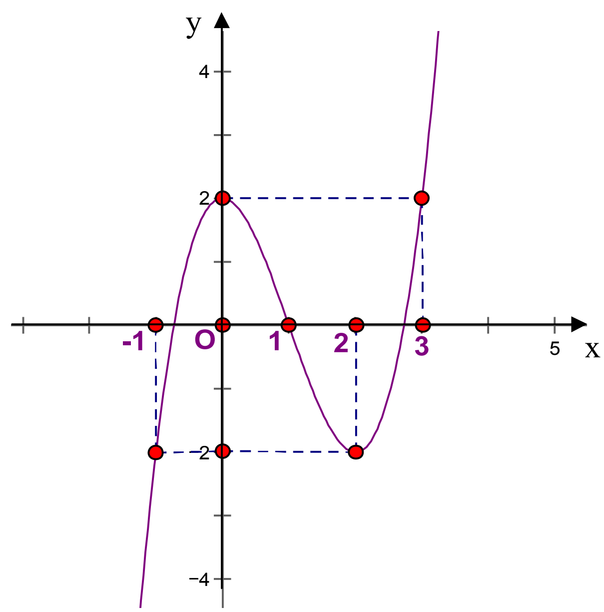
Câu 8b ***(1,0 điểm).*** Trong không gian với hệ trục Oxyz cho điểm A(1; 1; 2), B(2; -1; 1) và đường thẳng d: $\dfrac{x}{1} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z-1}{1}$. Tìm điểm M thuộc d có hoành độ dương sao cho diện tích tam giác ABM bằng $\sqrt{3}$.

Câu 9b ***(1,0 điểm).*** Cho z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình: $z^2 - 2z + 4 = 0$. Tìm phần thực, phần ảo của số phức: $w = \left(\dfrac{z_1}{z_2}\right)^{2013}$, biết z_1 có phần ảo dương.

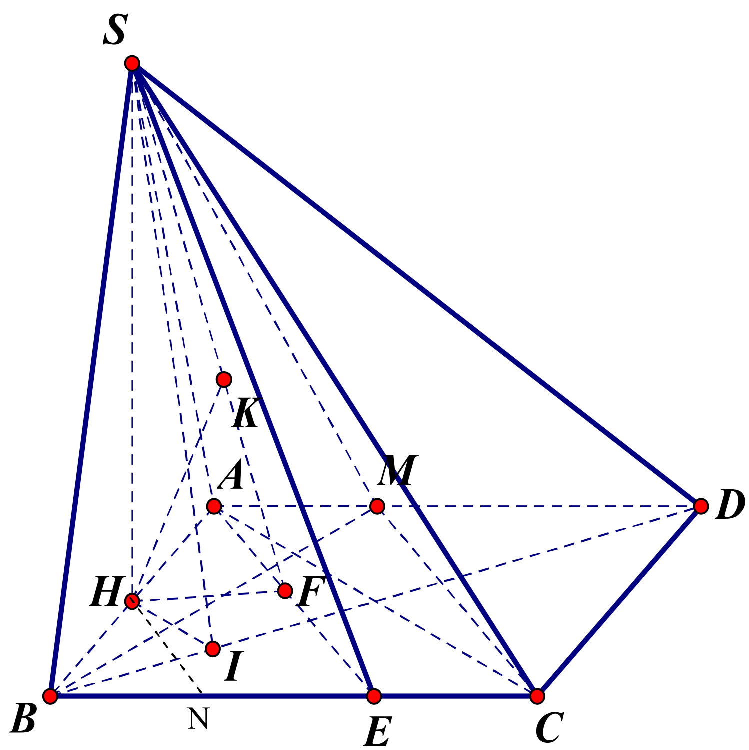
…………HẾT………..

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

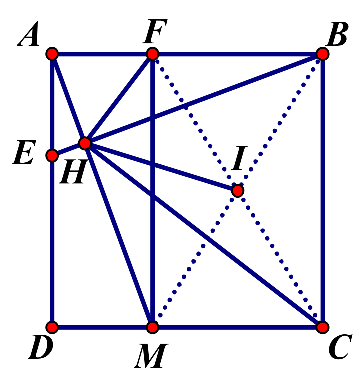
Họ và tên thí sinh:……………………………………………………; **Số báo danh:**………………………..

<table>
<tr><th>Câu</th><th>Đáp án</th><th>Điểm</th></tr>
<tr><td rowspan="10">Câu 1
2,0 điểm</td><td colspan="2">a) (1,0 điểm)</td></tr>
<tr><td>* Tập xác định: D = R
* Sự biến thiên:
- Chiều biến thiên:
Ta có: $y' = 3x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$
Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$; nghịch biến trên khoảng $(0;2)$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>- Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại x = 0, $y_{CĐ} = 2$; đạt cực tiểu tại x = 2, $y_{CT} = -2$
- Giới hạn: $\lim\limits_{x\to-\infty} y = -\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>- Bảng biến thiên:
$$\begin{array}{c|ccccccc} x & -\infty & & 0 & & 2 & & +\infty \\ \hline y' & & + & 0 & - & 0 & + & \\ \hline y & & & 2 & & & & +\infty \\ & & \nearrow & & \searrow & & \nearrow & \\ & -\infty & & & & -2 & & \end{array}$$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>* Đồ thị

</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td colspan="2">b) (1,0 điểm)</td></tr>
<tr><td>Gọi điểm M thuộc đồ thị hàm số có tọa độ $M\left(a;a^3-3a^2+2\right)$
Khi đó phương trình tiếp tuyến tại M có dạng: $y=\left(3a^2-6a\right)\left(x-a\right)+a^3-3a^2+2$
Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và tiếp tuyến là:
$x^3-3x^2+2=\left(3a^2-6a\right)\left(x-a\right)+a^3-3a^2+2$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>$\Leftrightarrow (x-a)^2(x+2a-3)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=a \\ x=-2a+3 \end{array}\right.$
Để (C) cắt tiếp tuyến tại N khác M thì: $a \neq -2a+3 \Leftrightarrow a \neq 1$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Khi đó: $x_M = a; x_N = -2a+3$
Ta có: $P = 5a^2 + (-2a+3)^2 = 9a^2 - 12a + 9 = (3a-2)^2 + 5$</td><td>0,25</td></tr>
</table>

Câu	Đáp án	Điểm
	Do đó: $P \ge 5$,suy ra $P_{\min} = 5$ khi $a = \frac{2}{3}$.Đối chiếu ĐK ta được $a = \frac{2}{3}$ .Vậy $M\left(\frac{2}{3};\frac{26}{27}\right)$	**0,25**
Câu	**Đáp án**	**Điểm**
Câu 2 ***1,0 điểm***	Đk: $\begin{cases}\cos x \ne 0\\ \tan x - \sin x \ne 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\cos x \ne 0\\ \cos x \ne \pm 1\end{cases}$ Khi đó phương trình đã cho tương đương với: $3\left(\sin x + \frac{\sin x}{\cos x}\right) = 2\left(1+\cos x\right)\left(\frac{\sin x}{\cos x} - \sin x\right)$	**0,25**
	$\Leftrightarrow \sin x\left(2\cos^2 x + 3\cos x + 1\right) = 0 \Leftrightarrow 2\cos^2 x + 3\cos x + 1 = 0, \left(Do: \sin x \ne 0\right)$	**0,25**
	Ta có: $2\cos^2 x + 3\cos x + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x = -1\\ \cos x = -\frac{1}{2}\end{array}\right.$ Vì $\cos x \ne -1$ nên ta có:	**0,25**
	$\cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm\frac{2\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$ Vậy nghiệm phương trình: $x = \pm\frac{2\pi}{3} + k2\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$	**0,25**
Câu 3 ***1,0 điểm***	$\begin{cases}2x\left(x^2+3\right) - y\left(y^2+3\right) = 3xy\left(x-y\right) & (1)\\ \left(x^2-2\right)^2 = 4\left(2-y\right) & (2)\end{cases}$ Ta có phương trình (1) tương đương với: $x^3 + 3x = \left(y-x\right)^3 + 3\left(y-x\right)$ (3)	**0,25**
	Xét hàm số: $f(t) = t^3 + 3t, \forall t \in \mathbb{R}$ Do: $f'(t) = 3t^2 + 3 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ Suy ra: (3) $\Leftrightarrow f\left(x\right) = f\left(y-x\right) \Leftrightarrow y = 2x$	**0,25**
	Thay vào pt (2) ta được: $(x^2-2)^2 = 4(2-2x) \Leftrightarrow x^4 = 4(x-1)^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x^2 = 2(x-1)\\ x^2 = -2(x-1)\end{array}\right.$ * PT: $x^2 = 2(x-1)$ vô nghiệm	**0,25**
	* PT: $x^2 = -2(x-1) \Leftrightarrow x = -1 \pm \sqrt{3}$ Vậy nghiệm của hệ phương trình là: $\begin{cases}x = -1+\sqrt{3}\\ y = -2+2\sqrt{3}\end{cases}; \begin{cases}x = -1-\sqrt{3}\\ y = -2-2\sqrt{3}\end{cases}$	**0,25**
Câu 4 ***1,0 điểm***	Đặt $t = 2 + \tan^2 x \Rightarrow dt = \frac{2\tan x}{\cos^2 x}dx$ Đổi cận: khi x = 0 ta có: t = 2; khi $x = \frac{\pi}{4}$ ta có: t = 3	**0,25**
	Ta có: $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\tan^2 x}{\left(2+\tan^2 x\right)}.\frac{\tan x}{\cos^2 x}dx = \frac{1}{2}\int_2^3 \frac{t-2}{t}dt$	**0,25**
	$= \frac{1}{2}\int_2^3 dt - \int_2^3 \frac{dt}{t}$	**0,25**
	$= \frac{1}{2}t\Big\vert_2^3 - \ln t\Big\vert_2^3 = \frac{1}{2} - \ln\frac{3}{2}$	**0,25**

<table>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><th>Câu</th><th>Đáp án</th><th>Điểm</th></tr>
<tr><td>Câu 5
1,0 điểm</td><td>

Gọi H là trung điểm cạnh AB, khi đó $SH \perp AB$, do (SAB) $\perp$ (ABCD)
nên SH $\perp$(ABCD)
Gọi I là hình chiếu vuông góc của H lên BD khi đó: BD $\perp$(SHI), (Do BD$\perp$SH)
Suy ra BD$\perp$SI, do đó góc giữa (SBD) và (ABCD) là: $\widehat{SIH}$, theo giả thiết: $\widehat{SIH} = 60^0$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td>Ta có: HI = $\frac{1}{4}AC = \frac{a\sqrt{2}}{4}$
Trong tam giác vuông SHI ta có: SH = HI.tan60^0 = $\frac{a\sqrt{6}}{4}$
Ta có: $S_{BCDM} = S_{ABCD} - S_{ABM} = a^2 - \frac{a^2}{6} = \frac{5a^2}{6}$
Vậy $V_{S.BCDM} = \frac{1}{3}S_{BCDM}.SH = \frac{5a^3\sqrt{6}}{72}$ (ĐVTT)</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td>Dựng HN, AE song song với CM (N, E thuộc cạnh BC)
Khi đó: CM//(SAE), E là trung điểm CN
Ta có: $d(CM,SA) = d(CM,(SAE)) = d(C,(SAE)) = d(N,(SAE)) = d(H,(SAE)$
Gọi F là hình chiếu vuông góc của H lên AE, K là hình chiếu vuông góc của H lên SF, khi đó: (SHF)$\perp$(SAE) nên HK$\perp$(SAE), do đó: $d(H,(SAE)) = HK$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td>Trong tam giác vuông ABE, ta có: $\sin\widehat{BAE} = \frac{BE}{AE} = \frac{\frac{2a}{3}}{\sqrt{a^2 + \frac{4a^2}{9}}} = \frac{2}{\sqrt{13}}$
Suy ra HF = AH.sin$\widehat{BAE}$ = $\frac{a}{\sqrt{13}}$
Trong tam giác vuông SAF ta có:</td><td>0,25</td></tr>
</table>

	$\frac{1}{HK^2}=\frac{1}{HF^2}+\frac{1}{HS^2}\Rightarrow HK=\frac{HF.HS}{\sqrt{HF^2+HS^2}}=a\sqrt{\frac{3}{47}}$. Vậy $d(CM,SA)=a\sqrt{\frac{3}{47}}$	
Câu	**Đáp án**	**Điểm**
Câu 6 *1,0 điểm*	Ta có: $x^4+y^4\ge\frac{(x^2+y^2)^2}{2}\ge\frac{(x+y)^4}{8}$, $\frac{1}{x^4}+\frac{1}{y^4}\ge\frac{2}{x^2y^2}\ge\frac{32}{(x+y)^4}$	**0,25**
	Do đó: $P\ge\left[\frac{(x+y)^4}{8}+z^4\right]\left[\frac{32}{(x+y)^4}+\frac{1}{z^4}\right]=\frac{1}{8}\left(\frac{x+y}{z}\right)^4+32\left(\frac{z}{x+y}\right)^4+5$	**0,25**
	Đặt $t=\left(\frac{x+y}{z}\right)^4$, ta có: $0<t\le 1$ (Do: x + y ≤ z) Suy ra: $P\ge f(t)=\frac{t}{8}+\frac{32}{t}+5,\forall t\in(0;1]$	**0,25**
	Ta có: $f'(t)=\frac{1}{8}-\frac{32}{t^2}, f'(t)=0\Leftrightarrow t=\pm 16$, do đó: $f'(t)<0,\forall t\in(0;1]$ Suy ra: $f'(t)\ge f(1)=\frac{297}{8}$ Vậy $\min P=\frac{297}{8}, khi:\begin{cases}x=y\\x+y=z\end{cases}$	**0,25**
	A. Theo chương trình chuẩn	
Câu	**Đáp án**	**Điểm**
Câu 7b *1,0 điểm*	 Gọi M là giao điểm của AH và CD Ta có hai tam giác ABE và ADM bằng nhau (Vì: AB = AD, $\widehat{ABE}=\widehat{DAM}$, do cùng phụ với $\widehat{AEH}$) Do đó DM = AE = AF, suy ra BCMF là hình chữ nhật.	**0,25**
	Gọi I là tâm hình chữ nhật BCMF Trong tam giác vuông MHB ta có: $HM=\frac{1}{2}BM$ Do BM = CF nên $HM=\frac{1}{2}CF$, suy ra tam giác CHF vuông tại H.	**0,25**
	Gọi tọa độ C(2c – 1; c), ta có: $\overrightarrow{HC}=(2c-2;c+1),\overrightarrow{HF}=(1;1)$	**0,25**
	Vì CH ⊥ FH nên $\overrightarrow{HC}.\overrightarrow{HF}=0\Leftrightarrow 2c-2+c+1=0\Leftrightarrow c=\frac{1}{3}$. Vậy tọa độ $C\left(-\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right)$	**0,25**
Câu 8a *1,0 điểm*	Gọi (P) là mặt phẳng chứa A và d_1, gọi M(0; 1; 1) thuộc d_1, $\vec{u}=(2;1;1)$ là véc tơ chỉ phương của d_1. Khi đó véctơ pháp tuyến của (P) là: $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AM},\vec{u}\right]=(3;-1;-5)$ Do đó phương trình của (P) là: 3x – y - 5z + 6 = 0.	**0,25**
	Suy ra C là giao điểm của d_2 và (P), ta có tọa độ C là nghiệm của hệ phương trình:	**0,25**

	$\begin{cases}\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{1}\\ 3x-y-5z+6=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\ y=3\\ z=0\end{cases}\Rightarrow C(-1;3;0)$	
	Gọi tọa độ B thuộc d_1 là: $B(2b;b+1;b+1)$	
	Ta có: AB $=\sqrt{(2b-1)^2+(b+2)^2+(b-1)^2}=\sqrt{6b^2-2b+6}$, AC = $2\sqrt{6}$	**0,25**
	Do AC = 2AB nên: $2\sqrt{6b^2-2b+6}=2\sqrt{6}\Leftrightarrow 6b^2-2b=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}b=0\\ b=\dfrac{1}{3}\end{array}\right.$ Vì B có hoành độ dương nên $B\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{4}{3};\dfrac{4}{3}\right)$	**0,25**
Câu 9a ***1,0 điểm***	Đặt z = x + yi, (x, y $\in R$), khi đó: $u=\dfrac{(x+2)+(y+3)i}{x+(y-1)i}=\dfrac{\left[(x+2)+(y+3)i\right]\left[x-(y-1)i\right]}{x^2+(y-1)^2}$ $=\dfrac{\left(x^2+y^2+2x+2y-3\right)+2(2x-y+1)i}{x^2+(y-1)^2}$ u là số thuần ảo khi và chỉ khi $\begin{cases}x^2+y^2+2x+2y-3=0\\ x^2+(y-1)^2>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(x+1)^2+(y+1)^2=5\\ (x;y)\neq(0;1)\end{cases}$ (1)	**0,5**
	Ta có: $\lvert z+1-3i\rvert=\lvert z-1+i\rvert\Leftrightarrow\sqrt{(x+1)^2+(y-3)^2}=\sqrt{(x-1)^2+(y+1)^2}\Leftrightarrow x-2y+2=0$ (2)	**0,25**
	Từ (1) và (2) ta có: $(x;y)=\left(-\dfrac{3}{5};-\dfrac{16}{5}\right)$. Vậy số phức cần tìm: $z=-\dfrac{3}{5}-\dfrac{16}{5}i$	**0,25**
B. Theo chương trình Nâng cao		
Câu	**Đáp án**	**Điểm**
Câu 7b ***1,0 điểm***	Ta có: a = 5, b = 3, suy ra c = 4 Gọi $M(a;b)$ thuộc elip ta có: $MF_1=5+\dfrac{4}{5}a, MF_2=5-\dfrac{4}{5}a$	**0,25**
	Vì tam giác F_1MF_2 vuông tại M nên: $MF_1^2+MF_2^2=F_1F_2^2$ $\Leftrightarrow\left(5+\dfrac{4}{5}a\right)^2+\left(5-\dfrac{4}{5}a\right)^2=64\Leftrightarrow a^2=\dfrac{175}{8}$	**0,25**
	Do M thuộc elip nên: $\dfrac{a^2}{25}+\dfrac{b^2}{9}=1\Leftrightarrow b^2=\dfrac{9}{8}$	**0,25**
	Vậy tọa độ cần tìm: $M\left(\dfrac{5\sqrt{14}}{4};\dfrac{3\sqrt{2}}{4}\right), M\left(\dfrac{5\sqrt{14}}{4};-\dfrac{3\sqrt{2}}{4}\right), M\left(-\dfrac{5\sqrt{14}}{4};\dfrac{3\sqrt{2}}{4}\right), M\left(-\dfrac{5\sqrt{14}}{4};-\dfrac{3\sqrt{2}}{4}\right)$	**0,25**
Câu 8b ***1,0 điểm***	Vì M thuộc d nên tọa độ M có dạng: $M(a;1-2a;a+1)$ Ta có: $\overrightarrow{AM}=(a-1;-2a;a-1), \overrightarrow{AB}=(1;-2;-1)$ Suy ra: $\left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AB}\right]=(4a-2;2a-2;2)$	**0,25**
	Ta có: $S_{\Delta AMB}=\dfrac{1}{2}\left\lvert\left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AB}\right]\right\rvert=\dfrac{1}{2}\sqrt{(4a-2)^2+(2a-2)^2+4}=\sqrt{5a^2-6a+3}$	**0,25**

	Theo giả thiết ta có phương trình: $\sqrt{5a^2-6a+3}=\sqrt{3} \Leftrightarrow 5a^2-6a=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=0 \\ a=\frac{6}{5} \end{array}\right.$ Vì M có hoành độ dương nên tọa độ cần tìm: $M\left(\frac{6}{5};-\frac{7}{5};\frac{11}{5}\right)$	**0,5**
Câu 9b ***1,0 điểm***	Vì Δ= -3, nên phương trình có hai nghiệm phức: $z_1=1+\sqrt{3}i, z_2=1-\sqrt{3}i$, (Do z_1 có phần ảo dương)	**0,25**
	Ta có: $\frac{z_1}{z_2}=\frac{1+\sqrt{3}i}{1-\sqrt{3}i}=\frac{\left(1+\sqrt{3}i\right)^2}{4}=\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^2=\left(cos\frac{\pi}{3}+i.\sin\frac{\pi}{3}\right)^2$	**0,25**
	Do đó: $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{2013}=\left(cos\frac{\pi}{3}+i.\sin\frac{\pi}{3}\right)^{4026}=cos1342\pi+i.\sin1342\pi=1$	**0,25**
	Vậy phần thực bằng 1, phần ảo bằng 0.	**0,25**